UM CONTROLADOR RST ADAPTATIVO DIGITAL COM IDENTIFICAÇÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS RECURSIVO E SINTONIA POR ALOCAÇÃO DE POLOS

Werther Alexandre de Oliveira Serralheiro[1]
Instituto Federal de Santa Catarina – Campus Araranguá
[1]werther@ifsc.edu.br

Palavras-Chave: *Controle Digital Adaptativo, Mínimos Quadrados Recursivo, Identificação de Sistemas.*

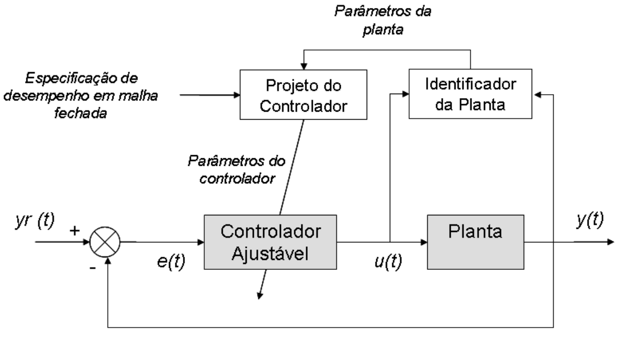
INTRODUÇÃO

A maioria das técnicas clássicas de controle de processos pressupõe o conhecimento prévio do processo a ser controlado. Contudo, em muitos casos práticos, a modelagem matemática do sistema é muito complexa, ou os parâmetros internos do processo são variantes com o tempo. Então, com o objetivo da eficiência e robustez do sistema de controle, faz-se necessária a identificação paramétrica do processo a ser controlado. A moderna técnica de controle adaptativo consiste em aplicar algum método de estimação para obter os parâmetros do modelo do processo a ser controlado através da medição de seus sinais de entrada e de saída e, a partir desse modelo estimado, projetar a lei de controle adequada. A proposta deste artigo é criar, por meio de simulação em MatLab®, um controlador autoajustável explícito numa planta que, apesar de ter conhecimento prévio da sua função transferência, será identificada em tempo real. O projeto do controlador adaptativo dar-se-á pelo método de alocação de polos numa estrutura RST, respeitando algumas especificações pré-estabelecidas.

METODOLOGIA

O Controlador Autoajustável (STR) automatiza não só a tarefa de controle realimentado, mas também a de modelagem matemática utilizada para o projeto da lei de controle. Numa malha fechada em que se faz necessária uma adaptação da lei de controle em tempo real, a técnica de controle STR deve ser realizada por um algoritmo autoajustável direto (ou explícito). No STR explícito, os parâmetros estimados da planta são determinados e atualizados a cada período de amostragem, e utilizados no cálculo dos parâmetros do controlador ajustável. Esta forma é ilustrada pelo diagrama de blocos da Figura 1.

Figura 1 – Controlador STR explícito



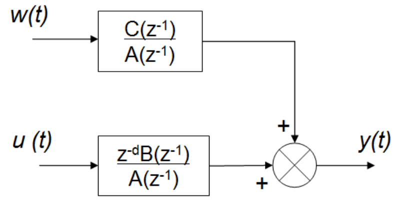
Fonte: Adaptado de Coelho e Coelho (2004)

A planta controlada proposta para este artigo tem a função transferência dada por:

$$G_p(s) = \frac{1}{(s+1)^4} \quad (1)$$

Esta função transferência em tempo contínuo foi criada digitalmente através de uma equação a diferenças cujo polinômio foi calculado utilizando o processo de discretização com Segurador de Ordem Zero (ZOH), com um período de amostragem de Ts= 0.2 seg. O modelo escolhido para implementação foi o Armax (autorregressivo/média móvel para a variável exógena), representado pela Figura 2.

Figura 2 – Modelo Armax



Fonte: Aström & Wittenmark (1995)

Para este modelo, vale a expressão:

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})w(t) \quad (2)$$

onde:

- z^{-1}: operador atraso;
- $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ e $C(z^{-1})$: polinômios da função de transferência do sistema da forma:
  $A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_{na} z^{-na}$
  $B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \cdots + b_{nb} z^{-nb}$;
  $C(z^{-1}) = c_0 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \cdots + c_{nc} z^{-nc}$
- $w(t)$: ruído branco de média nula;
- d: atraso de transporte do sistema

O procedimento utilizado para a identificação dos parâmetros da planta a ser utilizada no ajuste adaptativo em tempo real do controlador foi o Estimador dos Mínimos Quadrados Recursivo (MQR). A forma básica deste algoritmo foi apresentada por Coelho e Coelho (2004) que, para cada período de amostragem em (t+1), segue os seguintes passos:

i) Medir a entrada *u(t)* e a saída *y(t)* da planta;

ii) Atualizar o vetor de medidas φ;

$$\varphi^T(t+1) = [-y(t) - y(t-1) \ldots u(t-d)\, u(t-d-1) \ldots] \quad (3)$$

iii) Calcular o erro de previsão ε;

$$\varepsilon(t+1) = y(t+1) - \varphi^T(t+1) \cdot \hat{\theta}(t) \quad (4)$$

iv) Calcular o ganho do estimador *K*;

$$K(t+1)=\frac{P(t)\varphi(t+1)}{1+\varphi^T(t+1)P(t)\varphi(t+1)} \quad (5)$$

v) Calcular o vetor de parâmetros estimados $\hat{\theta}$

$$\hat{\theta}(t+1)=\hat{\theta}(t)+K(t+1)\varepsilon(t+1) \quad (6)$$

vi) Calcular a matriz de covariância *P*, alternativamente pela equação:

$$P(t+1)=P(t)-K(t+1)[P(t)\varphi(t+1)]^T \quad (7)$$

No procedimento prévio de identificação off-line da planta, foi realizada uma simulação com 10 mil amostras, num tempo de 200 segundos. Foi aplicada como entrada u(t) da planta um sinal PRBS (*pseudo random binary* signal), com banda de 0,1 segundo e amplitude variando aleatoriamente entre -1 e 1. Para se adequar os modelos Armax, um ruído branco de média nula foi aplicado como o sinal endógeno w(t). A estimação foi aplicada ao modelo Armax com diferentes ordens polinomiais, e foi escolhido o modelo Armax [222], cujos parâmetros estimados convergiram no vetor $\hat{\theta}$, após as 10 mil amostras de simulação para os valores contidos na Tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros estimados para o Armax [222]

Termos $A(z^{-1})$		Termos $B(z^{-1})$		Termos $C(z^{-1})$	
a_1=	-1.92	b_0=	0.0001	c_0=	-1.50
a_2=	0.92	b_1=	0.0046	c_1=	1.36

Fonte: do Autor

Projeto do Controlador por Alocação de Polos

O objetivo da técnica de controle por alocação de polos é ajustar a dinâmica em malha fechada do sistema em um comportamento previamente especificado. Para este projeto, utilizou-se a estrutura RST do tipo posicional, que manipula o sinal de controle $u(t)$ pela equação (Landau, 1998):

$$R(z^{-1})u(t)=T(z^{-1})y_r(t)-S(z^{-1})y(t) \quad (8)$$

onde $y_r(t)$ é a trajetória desejada para a saída $y(t)$, e $R(z^{-1}), S(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$ são polinômios com ordem apropriadas *nr*, *ns* e *nt*, cujos coeficientes serão obtidos pelo algoritmo MQR de abordagem direta, utilizando os sinais de entrada e de saída, e são do tipo:

$$R(z^{-1})=1+r_1z^{-1}+\ldots+r_{nr}z^{-nr} \quad (9)$$

$$S(z^{-1})=s_0+s_1z^{-1}+\ldots+s_{ns}z^{-ns} \quad (10)$$

$$T(z^{-1})=t_0+t_1z^{-1}+\ldots+t_{nt}z^{-nt} \quad (11)$$

Para o cálculo dos polinômios do controlador, devemos supor que a equação característica em malha fechada tenha características dinâmicas desejadas. Então, consideremos a relação referência-saída do sistema em malha fechada como sendo:

$$\frac{Y(z^{-1})}{Y_r(z^{-1})}=\frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} \quad (12)$$

Com alguma manipulação algébrica, a equação característica da malha fechada representada pela equação (12) pode ser dada por:

$$A(z^{-1})R(z^{-1})+z^{-d}B(z^{-1})S(z^{-1})=P(z^{-1}) \quad (13)$$

onde d é o atraso do ZOH, e $P(z^{-1})$ é o polinômio da equação característica que contém a dinâmica desejada do tipo:

$$P(z^{-1})=1+p_1z^{-1}+\ldots+p_{np}z^{-np} \quad (14)$$

Para o sistema controlado proposto neste artigo, considerando o modelo Armax [222], temos *na* = 2 e *nb* = 2. Deseja-se um comportamento em malha fechada com características de segunda ordem. Para essa dinâmica, temos o polinômio característico em malha fechada com ordem *np* = 2. Então, para que a equação polinomial (13) seja possível, a ordem dos polinômios $R(z^{-1})$ e $S(z^{-1})$ do controlador deve ser ***nr* = 1** e ***ns* = 2**. O polinômio do pré-filtro compensará o erro em regime permanente, e terá ordem ***nt* = 1** com o seu valor igual ao valor em regime permanente do polinômio $S(z^{-1})$. Em uma adaptação da proposição de Landau e Zito (2006), o valor dos coeficientes dos polinômios $R(z^{-1})$ e $S(z^{-1})$ pode ser calculado pela equação matricial:

$$\theta_c=[\theta_p]^{-1}\theta_{aux} \quad (15)$$

onde θ_p é a Matriz de Sylvester dada por:

$$\theta_p=\begin{bmatrix} 1 & b_0 & 0 & 0 \\ a_1-1 & b_1 & b_0 & 0 \\ a_2-a_1 & 0 & b_1 & b_0 \\ -a_2 & 0 & 0 & b_1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

e ainda

$$\theta_c=[r_1 \quad s_0 \quad s_1 \quad s_2]^T \quad (17)$$

$$\theta_{aux}=[(p_1-a_1+1 \quad p_2+a_1-a_2 \quad a_2 \quad 0]^T \quad (18)$$

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Especificou-se para malha fechada um tempo de acomodação igual à metade da resposta do sistema em malha aberta, ou seja, $t_{5\%}$=5s e com máximo sobre sinal de 10%. Com estas especificações, a equação característica em malha fechada é:

$$P(z^{-1})=1-1.4897z^{-1}+0.6188z^{-2} \quad (19)$$

Para cada período de amostragem, o estimador MQR alimenta os valores estimados dos polinômios $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$ nas matrizes das equações (16) e (18). Substituindo os coeficientes de (19) na equação (17), e resolvendo a equação matricial (15), são obtidos os valores dos coeficientes de $R(z^{-1})$ e $S(z^{-1})$ a cada iteração do estimador. O valor de t_0 é calculado como sendo a soma dos coeficientes de $S(z^{-1})$. Estes coeficientes convergem para os valores apresentados na Tabela 2.

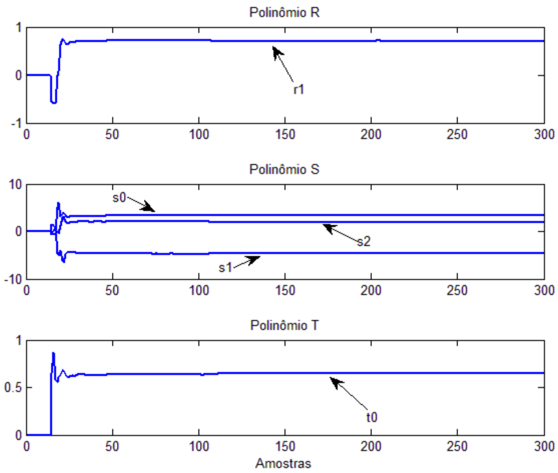
Tabela 2 – Parâmetros estimados para o controlador

Termos $R(z^{-1})$		Termos $S(z^{-1})$		Termos $T(z^{-1})$	
r_1=	0.7038	s_0=	3.3402	t_0=	0.6471
		s_1=	-4.6141		
		s_2=	1.9209		

Fonte: do Autor

A dinâmica desta convergência pode ser observada na Figura 2.

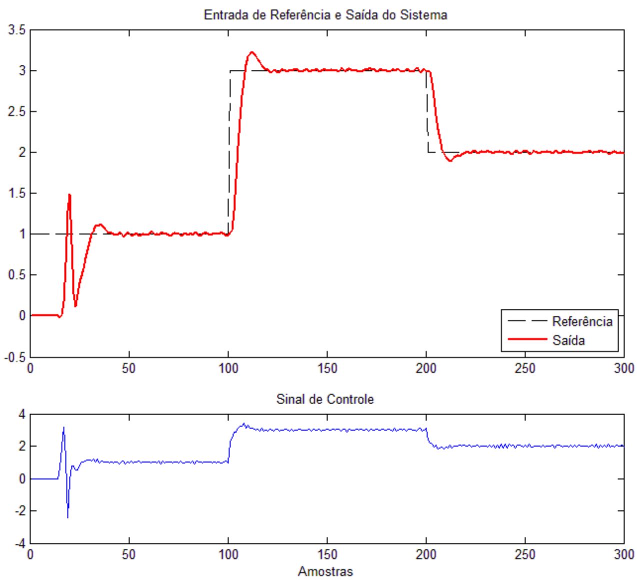
Figura 2 – Convergência dos parâmetros do controlador



Fonte: do Autor

Com os polinômios $R(z^{-1}), S(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$ aplicados na equação (8), tem-se o sinal de controle. A Figura 3 mostra o gráfico de resposta a uma referência com três “steps”, durante o intervalo de 300 amostras.

Figura 3 – Sinais de Referência, Saída e Controle



Fonte: do Autor

Pode-se observar que, durante as primeiras 30 amostras, a resposta em malha fechada não converge para sua referência, reflexo de uma fase de acomodação de estimação do algoritmo MQR. A partir dessa etapa, verifica-se o segmento à referência. No “*step*” dado na amostra 100, de amplitude 2, percebe-se que as especificações exigidas para o controlador são satisfeitas, assim como no “*step*” decrescente aplicado a partir da amostra 200. O sinal de controle também é apresentado na figura, onde se pode observar um comportamento não agressivo, mesmo enquanto o estimador ainda não convergiu.

CONCLUSÃO

Este artigo teve como objetivo fazer o estudo de caso da aplicação do controle adaptativo digital para uma planta pré-determinada. A planta proposta foi identificada de forma simulada por um algoritmo de estimação usando o método dos mínimos quadrados recursivo. Quanto ao método de sintonia por alocação de polos, o principal problema é a condição da existência da inversa da Matriz de Sylvester. Em algumas simulações durante a experimentação para este artigo, os coeficientes estimados pelo MQR levaram à obtenção de uma matriz singular, o que resultou em erro de simulação. Este fato, apesar de ser raro, pode inviabilizar a aplicação de um controlador em tempo real, se não forem tomadas algumas precauções de código para evitar este tipo de erro. Por fim, e talvez a mais importante conclusão, é que os algoritmos de identificação, sintonia dos parâmetros do controlador e o próprio cálculo do sinal de controle podem ser realizados no mesmo código, sincronizados no mesmo período de amostragem, conjuntamente com a obtenção dos sinais de entrada e de saída da planta, o que torna o STR explícito uma importante e popular ferramenta de controle de processos industriais.

REFERÊNCIAS

ASTRÖM K. J. & WITTENMARK, B (1995), **Adaptative Control,** 2nd edition. New York: Addison-Wesley Publishing, EUA.

COELHO, A. R. & COELHO, L. S (2004), **Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares.** Florianópolis: Editora UFSC.

LANDAU, I. D. (1998), **The R-S-T digital controller design and applications, Control Engineering Practice**, 6: 155-165.

LANDAU, I. D. & G. ZITO (2006), **Digital Control Systems: Design, identification and Implementation**, Spriger, 1ª Edição, London.