

# Desenvolvimento de um programa computacional com fins educacionais para análise de transformadores de tensão e motores de indução trifásicos

**Indianara Camello<sup>1</sup>, Juliano Bitencourt Padilha<sup>2</sup>, Orlando José Antunes<sup>3</sup>,  
Ricardo Luiz Alves<sup>4</sup>**

<sup>1,2,3,4</sup>Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), Campus Florianópolis – Centro

<sup>1</sup>indiacamello@gmail.com, <sup>2</sup>juliano.padilha@ifsc.edu.br, <sup>3</sup>orlando@ifsc.edu.br, <sup>4</sup>ricardoalves@ifsc.edu.br

## Resumo

*Este artigo apresenta resultados referentes a um programa computacional desenvolvido para análise de transformadores de tensão e motores de indução trifásicos. Basicamente, o software apresenta um caráter educacional, uma vez que se trata de uma ferramenta de apoio a discentes, possibilitando que, a partir de dados experimentais obtidos em ensaios de rotina, seja possível gerar resultados de saída para diferentes níveis de carga acoplados às máquinas abordadas.*

**Palavras-chave.** *Transformadores de tensão. Motores de indução trifásicos. Programa computacional. Software. Educação.*

## 1 Introdução

A importância do estudo de transformadores de tensão pode ser justificada, por exemplo, por sua aplicabilidade ao longo de todo o sistema elétrico, incluindo geração, transmissão e distribuição. Com relação aos motores de indução trifásicos (MITs), observa-se que são largamente utilizados na indústria devido à sua robustez e baixos custos de aquisição e manutenção em comparação com outros tipos de motores.

Tanto transformadores de tensão como MITs podem ser modelados por meio de circuitos elétricos equivalentes, o que permite o cálculo de grandezas como correntes elétricas e rendimento para uma ampla faixa de operação. Alguns trabalhos (CASTRO, 2008; LIMA, 2016) têm sido publicados na literatura técnica sobre a utilização desses modelos para a detecção em campo do rendimento dos transformadores e MITs com o objetivo de reduzir o consumo de energia, ou seja, aumentar a eficiência energética. Esses estudos propõem a substituição de máquinas de baixo rendimento por máquinas de elevado rendimento, ou a substituição das máquinas em operação por máquinas menores, quando possível, com o objetivo de conservação de energia, de importância inquestionável no Brasil desde a criação do Programa Nacional de Conservação de Energia Elétrica (PROCEL) em 1985.

Também cabe ressaltar, que o estudo de transformadores de tensão e MITs está presente em diversas disciplinas de cursos relacionados à área de eletrotécnica. Durante o decorrer de tais disciplinas, a determinação dos parâmetros concentrados (resistências e indutâncias), que representam um modelo matemático de tais máquinas, é efetuada por meio de dados obtidos em ensaios experimentais de rotina, mais especificamente, pelos ensaios de curto-circuito e em vazio.

Nesse contexto, desenvolveu-se um programa computacional com interface gráfica de fácil manuseio para a análise das máquinas descritas. De forma resumida, o programa tem como dados de entrada os obtidos nos ensaios de rotina anteriormente citados e por meio de suas rotinas de cálculo determina resultados de saída (variáveis como correntes elétricas e rendimento) em função da carga acoplada à máquina (elétrica, no caso do transformador, e mecânica, no caso do motor). A elaboração dessa ferramenta educacional possibilita confrontar resultados experimentais com os provenientes do programa (modelo com parâmetros concentrados).

## 2 Modelo por parâmetros concentrados das máquinas analisadas

Livros clássicos e bem reconhecidos de máquinas elétricas (KOSOW, 2000; CHAPMAN, 2013; UMANS, 2014) apresentam os mesmos circuitos equivalentes, motivo pelo qual se assumiu o modelo presentes nos mesmos.

A Figura 1 ilustra o modelo assumido para a análise dos transformadores. Já a Figura 2 para análise de MITs. Ambas as figuras fazem referência a uma fase (circuito equivalente por fase), uma vez que máquinas trifásicas equilibradas podem ser analisadas dessa forma.

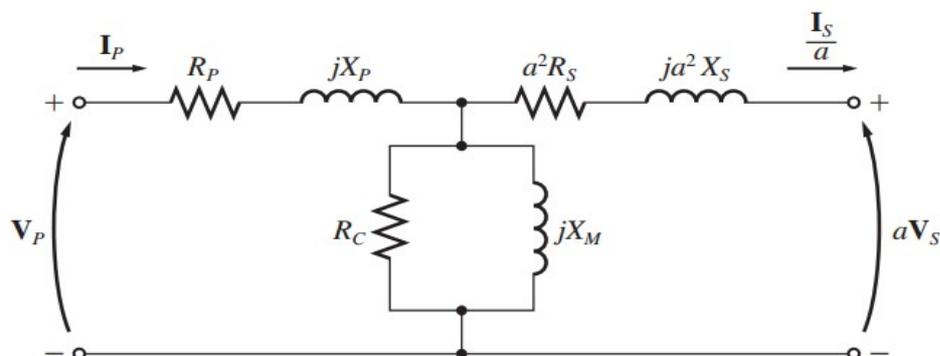
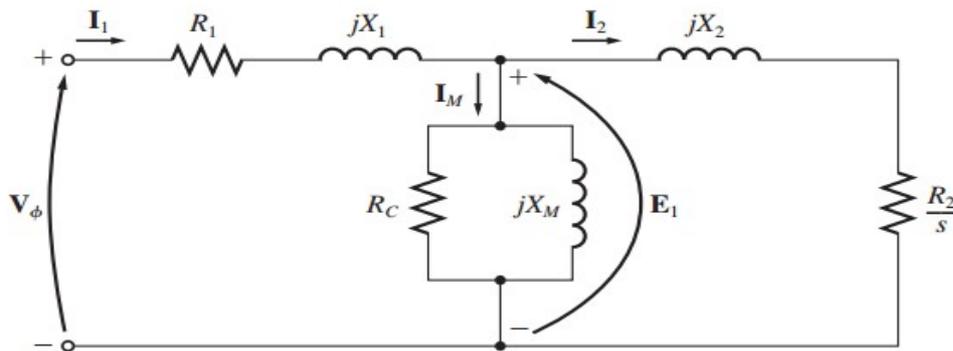


Figura 1 – Circuito equivalente por fase de um transformador referido ao nível de tensão do primário  
FONTE: Chapman, 2013.

Descrevendo as variáveis presentes na Figura 1:

$V_p, V_s$ : tensão nos enrolamentos primário e secundário [V];

$I_p, I_s$ : corrente nos enrolamentos primário e secundário [A];  
 $R_p, R_s$ : resistência dos enrolamentos primário e secundário [ $\Omega$ ];  
 $X_s, X_p$ : reatância de dispersão dos enrolamentos primário e secundário [ $\Omega$ ];  
 $R_c$ : resistência que representa às perdas ferromagnéticas do núcleo [ $\Omega$ ];  
 $X_M$ : reatância de magnetização [ $\Omega$ ];  
 $a$ : relação de transformação.



**Figura 2 – Circuito equivalente por fase de um MIT**  
**FONTE: Chapman, 2013.**

Descrevendo as variáveis presentes na Figura 2:

$V_\phi$ : tensão de fase de alimentação do estator [V];  
 $I_1, I_2$ : corrente de fase no estator e rotor (nesse caso, referida ao estator) [A];  
 $I_M$ : corrente de magnetização [ $\Omega$ ];  
 $E_1$ : tensão interna primária do estator [V];  
 $R_1, X_1$ : resistência e reatância de dispersão do estator [ $\Omega$ ];  
 $R_2, X_2$ : resistência e reatância de dispersão do rotor (grandezas referidas ao estator) [ $\Omega$ ];  
 $R_c$ : resistência que representa às perdas ferromagnéticas do núcleo [ $\Omega$ ];  
 $X_M$ : reatância de magnetização [ $\Omega$ ];  
 $s$ : escorregamento.

Para a obtenção dos parâmetros presentes nas Figuras 1 e 2 devem ser utilizados os procedimentos da norma internacional IEEE 112 e das normas brasileiras NBR 5383-1 e NBR 5380.

### 3 Metodologia

Em ordem cronológica de acontecimentos, a seguinte metodologia foi adotada para o desenvolvimento da pesquisa:

1) Revisão bibliográfica referente ao tema da pesquisa, com destaque para modelos

matemáticos das máquinas analisadas.

- 2) Determinação da linguagem de programação adotada para elaboração do programa computacional, resultando na escolha da linguagem MATLAB.
- 3) Elaboração do programa computacional a partir de um modelo escolhido e estudado.
- 4) Especificação e aquisição de transformadores de tensão (já havia motores de indução disponíveis).
- 5) Ensaio das máquinas, determinando os parâmetros concentrados (resistências e indutâncias) das mesmas, já utilizando o programa elaborado.
- 6) Obtenção de resultados experimentais em laboratório, considerando as máquinas submetidas a diferentes percentuais de carga.
- 7) Comparação entre resultados experimentais e os provenientes do programa elaborado, visando à validação do mesmo.

#### **4 O programa computacional desenvolvido**

O programa<sup>1</sup> foi desenvolvido em dois módulos junto ao *software* MATLAB (*MATrix LABoratory*), em linguagem denominada também MATLAB. Um módulo é destinado a transformadores de tensão e um segundo a MITs. A escolha da linguagem MATLAB é resultado das inúmeras vantagens que a mesma apresenta, tais como: ambiente agradável, facilidade de implementação gráfica e não necessidade de declaração de variáveis. Devido essas e outras vantagens, a linguagem MATLAB permite a resolução de problemas em apenas uma fração do tempo que se gastaria para escrever um programa semelhante em linguagem C, por exemplo.

Ambos os módulos solucionam os circuitos equivalentes presentes nas Figuras 1 e 2 e apresentam os dados de entrada e saída conforme descritos na Tabela 1.

**Tabela 1 – Dados de entrada e saída de cada módulo.**

---

<sup>1</sup> Com relação ao código-fonte do programa, considerando comentários ao longo do mesmo, apresenta uma quantidade de linhas considerável (aproximadamente 1000), motivo pelo qual os autores julgaram não ser conveniente expô-lo ao longo deste texto. Todavia, o acesso ao mesmo pode ser facilmente solicitado via contato por e-mail com algum dos autores.

	Módulo 1 Transformadores	Módulo 2 MITs
Dados de entrada	<p><b>Dados do transformador:</b> tensões de fase no primário e secundário e potência monofásica nominal.</p> <p><b>Ensaio de curto-circuito:</b> lado (primário ou secundário), tensão de fase, corrente de fase e potência ativa monofásica.</p> <p><b>Ensaio em vazio:</b> lado (primário ou secundário), tensão de fase, corrente de fase e potência ativa monofásica.</p> <p><b>Dados da carga:</b> tipo (RL ou RC) e fator de potência (para carga puramente resistiva, assumir <math>FP = 1</math>)</p>	<p><b>Resistência por fase do estator (<math>R_l</math>)</b></p> <p><b>Dados do motor:</b> categoria (D, N ou H), tensão de fase, frequência e número de pólos.</p> <p><b>Ensaio de rotor bloqueado (ou ensaio de curto-circuito):</b> ligação (<math>\Delta</math> ou Y), tensão de linha, corrente de linha e potência ativa total.</p> <p><b>Ensaio em vazio:</b> ligação (<math>\Delta</math> ou Y), tensão de linha, corrente de linha, potência ativa total e perdas mecânicas.</p>
Dados de saída	<p><b>Parâmetros concentrados:</b> <math>R_l</math>, <math>R_2</math>, <math>X_l</math>, <math>X_2</math>, <math>R_C</math> e <math>X_M</math> (todas as grandezas estão referidas ao primário).</p> <p><b>Gráficos:</b> regulação e rendimento em função da potência monofásica de carga e perdas no cobre e no ferro em função da corrente de fase na carga.</p>	<p><b>Parâmetros concentrados:</b> <math>R_2</math>, <math>X_l</math>, <math>X_2</math>, <math>R_C</math> e <math>X_M</math> (todas as grandezas estão referidas ao estator).</p> <p><b>Gráficos (todos em função da velocidade do rotor):</b> corrente de fase no estator, rendimento e torque.</p>

FONTE: autores, 2018.

As Figuras 3 e 4 ilustram as interfaces gráficas referentes aos módulos 1 e 2, respectivamente.

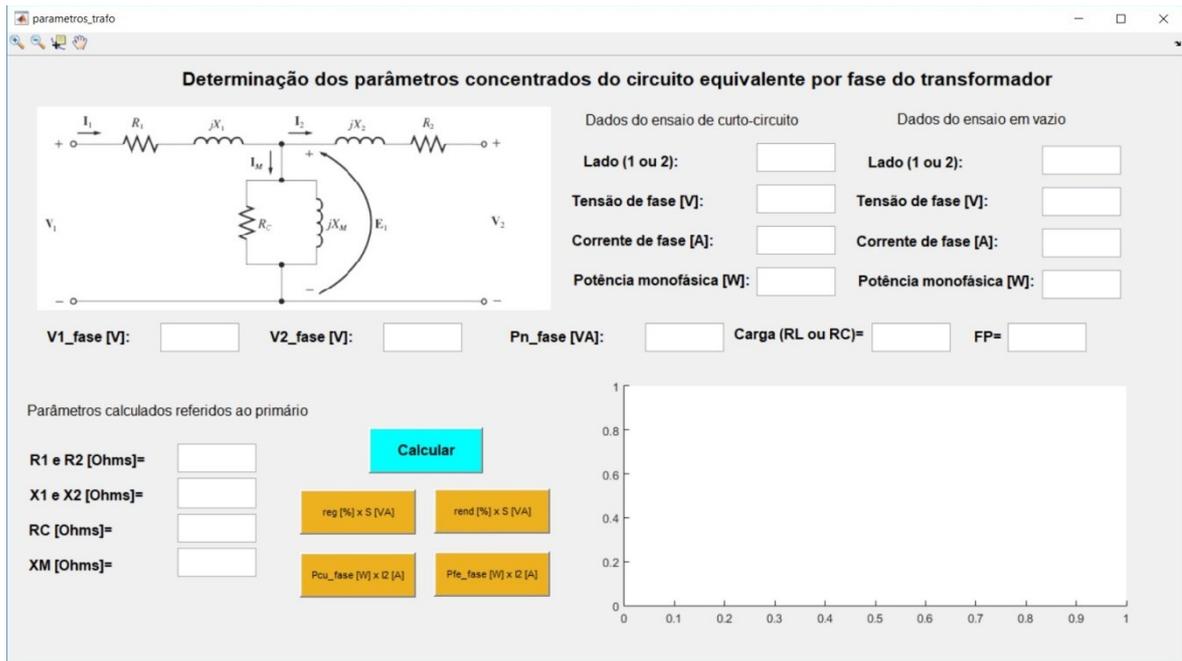


Figura 3 – Interface gráfica referente ao módulo 1 (transformadores).  
FONTE: autores, 2018.

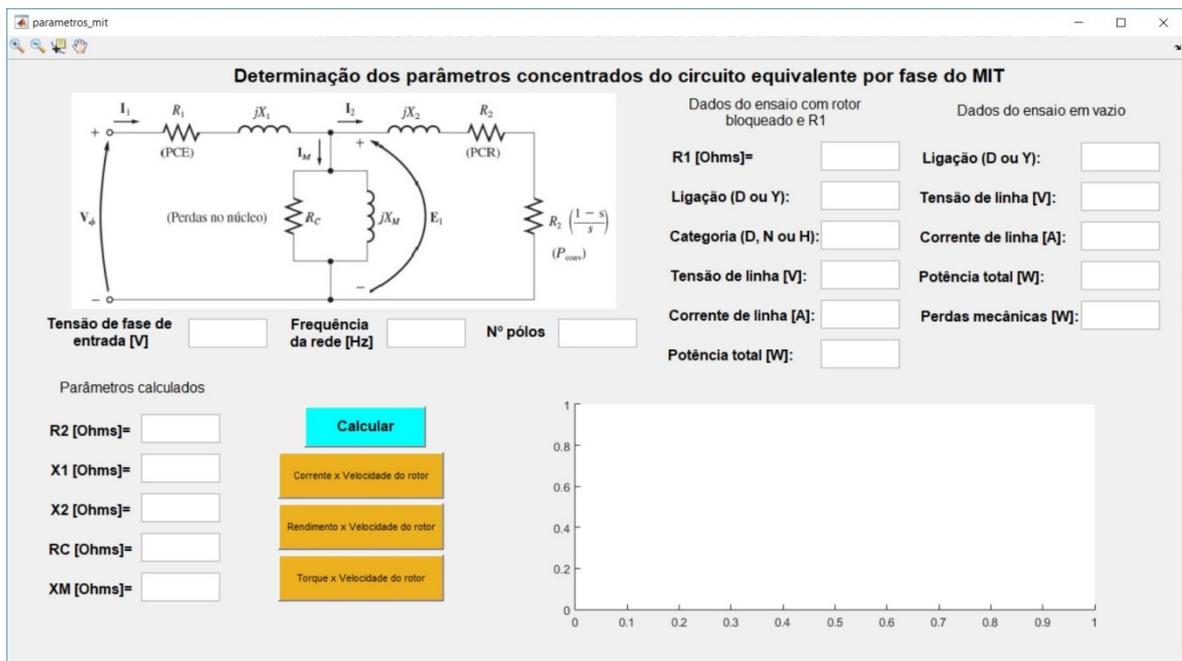


Figura 4 – Interface gráfica referente ao módulo 2 (MITs).  
FONTE: autores, 2018.

No módulo 1, o programa resolve o circuito equivalente fazendo uma varredura da carga acoplada ao transformador, desde 0% até 130% (30% de sobrecarga) da potência nominal monofásica do transformador, assumindo constante e igual a tensão nominal do secundário a tensão sobre a carga. Já para o módulo 2, a varredura é realizada para a velocidade do rotor, desde zero até a velocidade síncrona.

Com relação aos gráficos de saída, cabe ressaltar que em ambos os módulos é possível utilizar ferramentas de *zoom*, *pan* e *data cursor*, o que possibilita localizar pontos (coordenadas x e y) ao longo das curvas. Essa particularidade se mostra importante no momento que a comparação entre resultados obtidos com os módulos e experimentais são requeridos, conforme será abordado no item a seguir deste artigo.

## 5 Validação do programa elaborado (resultados)

A Figura 5 mostra resultados gerados com o módulo 1. Os parâmetros de entrada foram obtidos em laboratório por meio da realização de ensaios de rotina de um transformador monofásico 220/110 V, 1 kVA, 60 Hz.

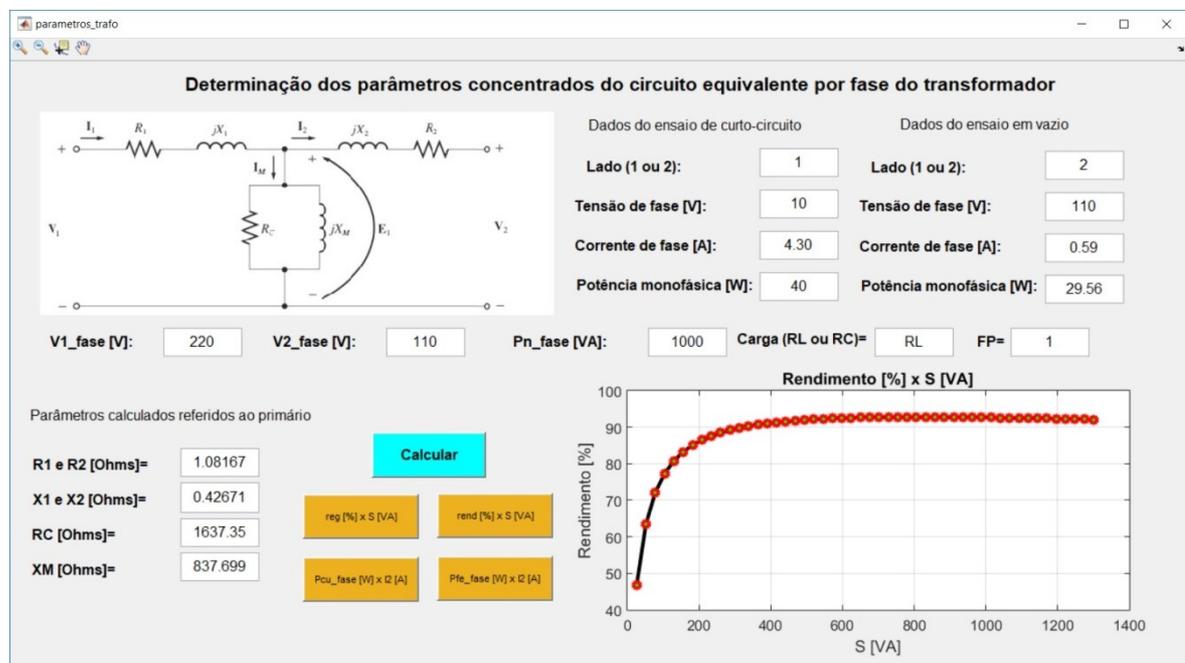


Figura 5 – Dados de entrada obtidos em laboratório e resultados de saída para o transformador ensaiado. FONTE: autores, 2018.

Posteriormente, o mesmo transformador foi ensaiado em laboratório sob condições de carga, considerando cargas puramente resistivas acopladas ao secundário e mantendo constante em 110 V a tensão sobre as mesmas. Desse ensaio, foram obtidos valores experimentais para o rendimento, que são a seguir comparados com os obtidos por meio do programa elaborado, conforme Tabela 2.

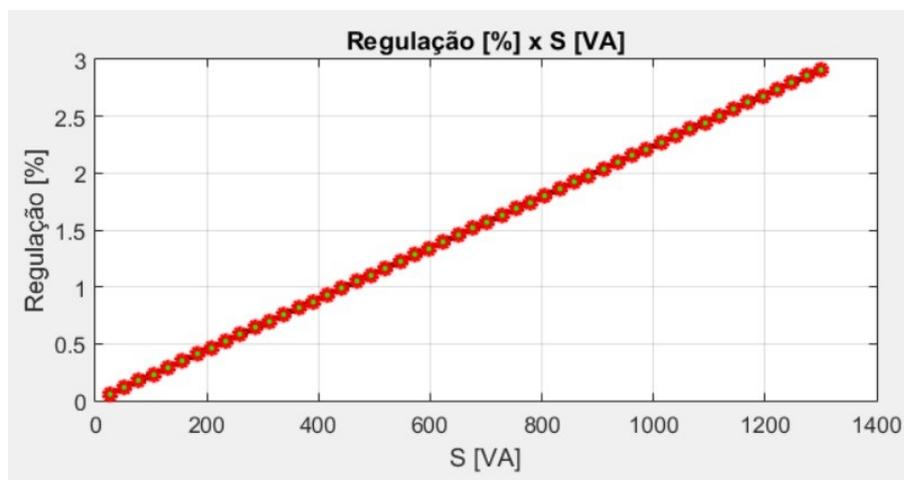
**Tabela 2 – Comparativo entre resultados para o transformador analisado.**

Potência de saída (ou potência da carga) (VA)	Rendimento (%) Resultado experimental	Rendimento (%) Resultado simulado (programa)	Diferença (%)
30	46	49	+6,52
40	47	56	+19,52
115	76	79	+3,95
180	86	85	-1,16
290	89	89	0,00
370	93	91	-2,15
460	93	92	-1,08
560	91	92	+1,10
700	93	93	0,00
970	94	93	-1,06
1100	93	93	0,00

**FONTE: autores, 2018.**

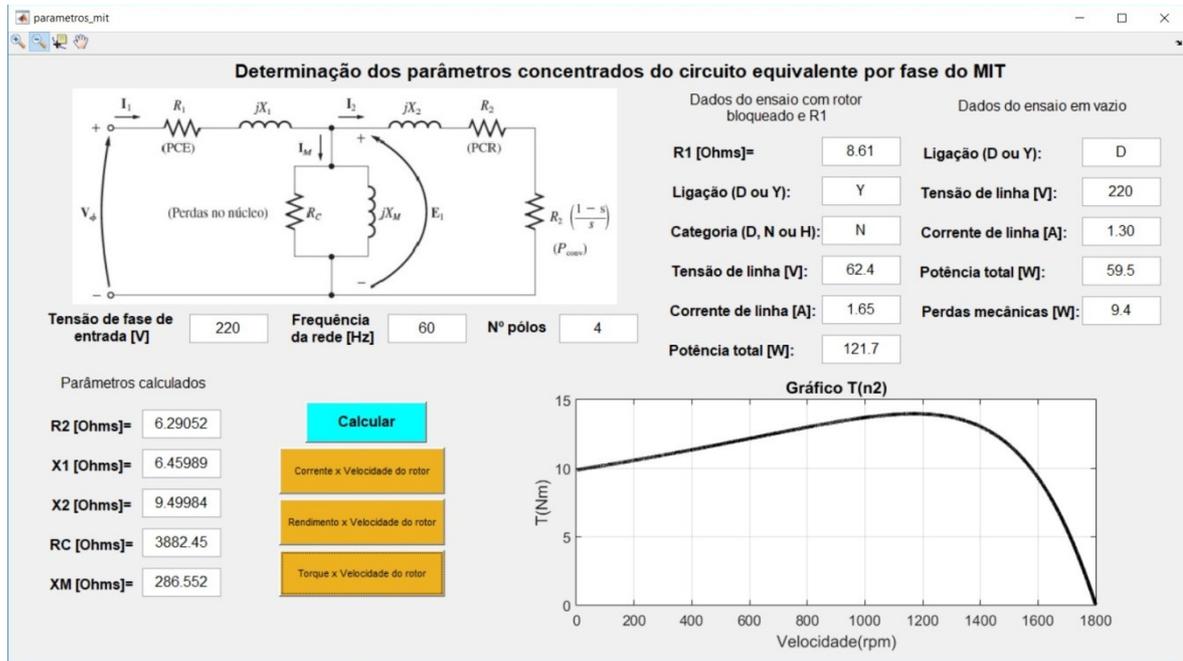
As pequenas diferenças calculadas na Tabela 2, que consideram os resultados experimentais como referência, demonstram a boa precisão do modelo assumido para transformadores (circuito equivalente conforme Figura 1). Como hipóteses, a maior diferença encontrada, da ordem de +19,52 %, pode estar relacionada a um possível erro de leitura em instrumento de medição, ou ainda, a possibilidade dos parâmetros que caracterizam a máquina não serem perfeitamente constantes, dependendo os mesmos do nível de carregamento do transformador.

Como exemplo de resultado de saída do módulo 1, a Figura 6 ilustra o gráfico da regulação em função da potência monofásica de carga.



**Figura 6 – Regulação em função da potência monofásica de carga.**  
**FONTE: autores, 2018.**

Ensaaios de rotina também foram realizados para um MIT com os seguintes dados do placa: 1 CV, 60 Hz, 220/380 V ( $\Delta$  ou Y), 2,85/1,65 A, 1730 rpm, FP = 0,84,  $\eta = 80,5\%$  e  $I_{partida} = 11,22$  A. Assumindo os resultados obtidos em laboratório como dados de entrada para o módulo 2 (MIT), o programa gerou os resultados apresentados na Figura 7.



**Figura 7 – Dados de entrada obtidos em laboratório e resultados de saída para o MIT ensaiado. FONTE: autores, 2018.**

Para o caso do MIT, os resultados obtidos com o módulo 2 foram comparados com os dados de placa do MIT (ponto de operação nominal), conforme mostra a Tabela 3.

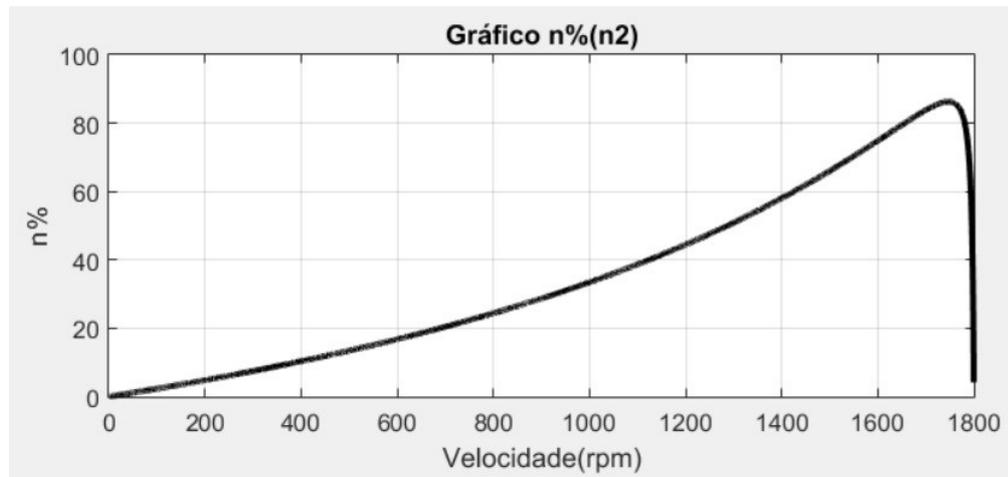
**Tabela 3 – Comparativo entre resultados para o MIT analisado (rotação de 1730 rpm).**

	Dado de placa	Resultado simulado (programa)	Diferença (%)
Corrente nominal (A)	1,65	1,53	-7,27
Corrente de partida (A)	11,22	10,27	-8,47
Rendimento (%)	80,5	84,7	+5,22

**FONTE: autores, 2018.**

Assim como no caso anterior para o transformador analisado, as pequenas diferenças observadas na Tabela 3, que consideram os dados de placa como referência, demonstram a boa precisão do modelo assumido para MITs (circuito equivalente conforme Figura 2).

Ainda, como exemplo de resultado de saída do módulo 2, a Figura 8 ilustra o gráfico do rendimento em função da velocidade do rotor.



**Figura 8 – Rendimento em função da velocidade do rotor.**  
**FONTE: autores, 2018.**

## 6 Conclusão

Este artigo apresentou um programa computacional desenvolvido com fins educacionais para análise de transformadores de tensão e MITs. A partir de dados obtidos em ensaios de rotina das máquinas analisadas, foi possível determinar resultados de saída (variáveis como correntes elétricas e rendimento) em função da carga acoplada às máquinas. Basicamente, o programa resolve circuitos equivalentes com parâmetros concentrados, permitindo uma fotografia precisa da máquina e um aprofundamento de conhecimentos teóricos, tanto do ponto de vista do entendimento global de funcionamento das máquinas, como do rendimento energético das mesmas.

Por fim, buscando uma validação do código programado, um comparativo entre resultados experimentais ou dados de placa e os obtidos por simulação foram apresentados, havendo uma satisfatória coerência entre os mesmos. As diferenças encontradas podem em parte ser justificadas a erros inerentes a qualquer medição, bem como devido à própria natureza dos modelos com parâmetros concentrados, que por suas vezes não representam com exatidão inequívoca o real funcionamento das máquinas para todos os pontos de operação.

## Referências

CASTRO, R. A. **Análise de Viabilidade de Troca de Motores Elétricos Superdimensionados e a Influência da Energia Reativa**. Dissertação (Mestrado em Planejamento de Sistemas Energéticos), Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2008.

LIMA, S. C. **Contribuição ao Estudo de Métodos de Estimação do Rendimento de Motores de Indução Trifásicos**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2016.

KOSOW, I. L. **Máquinas Elétricas e Transformadores**. Porto Alegre: Globo, 2000.

CHAPMAN, S. J. **Fundamentos de Máquinas Elétricas**. 5ª edição. Porto Alegre: AMGH, 2013.

UMANS, S. D. **Máquinas Elétricas de Fitzgerald e Kingsley**. 7ª edição. São Paulo: McGraw-Hill, 2014.

INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS. **IEEE 112: IEEE Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators**. Nova York, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5383-1: Máquinas elétricas girantes: Parte 1: Motores de indução trifásicos – Ensaios**. Rio de Janeiro, 2002.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5356-1: Transformadores de potência: Parte 1: Generalidades**. Rio de Janeiro, 2007.