

# PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS DE MEDIÇÃO ATRAVÉS DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS UTILIZANDO O MÉTODO DE MONTE CARLO

RODRIGO CORAL

*Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), Professor de  
Eng. Elétrica, Campus Joinville.*

*coral@ifsc.edu.br*

## RESUMO

Atualmente o uso de redes neurais artificiais (RNA) vem ganhando força em cadeias de medição, onde a modelagem matemática do fenômeno físico se torna inviável para a composição do modelo da medição. Para os casos em que o modelo matemático é complexo o suficiente para inviabilizar a modelagem, as RNA apresentam-se como uma alternativa bastante vantajosa, pois, são capazes de apresentar resultados adequados a partir de um conjunto de treinamento. Porém, existe muita dificuldade de se utilizar o método clássico para a propagação da incerteza de medição (IM) através de um modelo neural. Para esses casos, como será mostrado neste trabalho, uma alternativa é a utilização do Método de Monte Carlo (MMC) para propagar as distribuições e obter na saída do modelo neural um valor de IM.

## PALAVRAS CHAVES

Redes neurais artificiais. Incerteza de medição. Método de Monte Carlo.

# PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS DE MEDIÇÃO ATRAVÉS DE REDES

## INTRODUÇÃO

Frequentemente, modelos baseados em RNA apresentam-se como solução onde os modelos matemáticos dos fenômenos físicos são inviáveis (HAYKINS, 1999). Isso possibilita uma modelagem eficaz de problemas complexos com resultados bastante adequados (SINGARAM, 2011; GHOBADIAN et al., 2009; ERTUNC; HOSOZ, 2005). No entanto, quando RNA são utilizadas para correlacionar diferentes grandezas físicas e estabelecer um modelo de medição, a propagação da incerteza através das redes é geralmente deixada de lado. Deste modo, o resultado dessas medições pode ser metrologicamente contestado. Isso porque, quando se relata o valor de uma medição é obrigatório que seja apresentado alguma indicação quantitativa da qualidade desse resultado. Sem essa indicação da qualidade, não é possível que os resultados possam ser comparados entre si ou com valores de referência fornecidos por especificações (BIPM et al., 2008a).

A medida da qualidade do resultado da medição uma grandeza é expressa pela sua IM, que é definida no vocabulário internacional metrologia como: parâmetro, associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão dos valores que podem ser razoavelmente atribuídos ao mensurando (BIPM et al., 2008b). Nesse sentido, a IM nada mais é do que uma faixa de valores, a qual indica, com certo grau de probabilidade, onde se encontra o valor verdadeiro da grandeza medida. Dessa maneira, a IM reflete a falta de conhecimento sobre o exato valor da grandeza e deve sempre ser expressa, pois é impossível determinar o valor de qualquer grandeza sem que exista dúvida sobre o resultado da medição.

Para melhor ilustrar o conceito de IM, pode-se tomar como exemplo a medição de tensão realizada por um voltímetro. Para que esse instrumento apresente a indicação da tensão, é necessário que o mesmo seja introduzido no circuito elétrico a ser monitorado. Quando isso ocorre, a impedância de entrada do voltímetro introduz um erro na indicação em relação

ao valor verdadeiro da tensão. A correção desse erro pode ser realizada conhecendo-se o valor da impedância de entrada do voltímetro. Entretanto, o valor dessa impedância só pode ser conhecido através de medidas, e que por sua vez possuem, elas mesmas, erros. Deste modo, é impossível a realização de uma medição livre de erros. Porém, essa falta de conhecimento sobre o valor exato dos erros presentes na medição deve ser expressa através da sua IM (BIPM et al., 2008a).

Em sistemas de medição, onde o resultado de diferentes instrumentos são combinados através de um modelo matemático para a obtenção de um resultado final, a IM também deve ser propagada através desse modelo. Desse modo, será possível que o resultado final também seja expresso com sua respectiva IM. Como exemplo, pode ser tomado o caso da medição da potência ativa em um circuito eletrônico através do produto das medições da tensão e da corrente contínua. Dessa forma, as incertezas provenientes nas medições da tensão e da corrente são propagadas pelo modelo matemático, e assim é possível estimar a faixa de valores na qual se encontra o valor verdadeiro da potência. Para esses casos existem métodos muito bem definidos e internacionalmente aceitos. No entanto, esses métodos não fazem qualquer referência a cadeias de medição que se utilizam de RNA. Porém, em muitos casos práticos, RNA são utilizadas para substituir o modelo matemático da medição. Quando isso ocorre, a IM geralmente é colocada de lado, muito pela dificuldade de utilização dos métodos matemáticos utilizados na propagação das incertezas.

Ocorre que em 2008 foi lançado o suplemento número 1 (BIPM et al., 2008c) do Guia para a Expressão da Incerteza em Medição (BIPM et al., 2008a), que estabelece os preceitos para o uso de um método numérico, denominado de MMC, que facilita a obtenção de um intervalo para a IM quando se faz uso de modelos de medição complexos. Esse método, como será demonstrado nesse trabalho, pode ser utilizado também para propagar as IM das entradas

# PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS DE MEDIÇÃO ATRAVÉS DE REDES

para a saída de um modelo neural quando esse faz parte de uma cadeia como o modelo da medição.

## METODOLOGIA

A metodologia utilizada baseou-se em pesquisas bibliográfica dos métodos internacionalmente aceitos para a apresentação da incerteza de medição através do modelo da medição. Após intensa busca foi encontrado uma única referência que considerava a utilização do método clássico para a propagar as incertezas da entrada para a saída de um modelo neural artificial, que será apresentado mais adiante. Porém, esse método se mostra inviável, mesmo para um número pequeno de neurônios e camadas escondidas.

A pesquisa limitou-se até o presente na propagação das IM através de modelos neurais constituídos por redes do tipo feedforward. A seguir são apresentados os métodos de avaliação da IM internacionalmente aceitos e a utilização do método clássico para a propagação das incertezas através de um modelo neural bastante simples. Na sequência, em resultados e discussões, será apresentado o MMC para a propagação das distribuições através de um modelo neural mais complexo.

### *Métodos de avaliação da incerteza de medição*

Como visto anteriormente, o resultado de uma medida afasta-se do valor verdadeiro da grandeza através do erro de medição. Estes por sua vez são gerados pelo próprio processo de medir e dependem das condições específicas de cada medição. Os erros podem ser classificados em sistemáticos e aleatórios, sendo o primeiro, um valor constante e repetido em todos os resultados, e o segundo, puramente aleatório com valor médio igual a zero e assumindo diferentes modelos de distribuição de probabilidade. Existe ainda uma terceira classificação denominada de erro grosseiro, geralmente ocasionado por execução errada, problemas nos sistemas de medição, problemas no tratamento ou transcrição dos dados, entre outros. Erros grosseiros são tidos como dados espúrios e o

resultado da medição deve ser desconsiderado, não cabendo assim a avaliação da IM. Como mencionado também, por sua própria natureza, o erro não pode ser conhecido com exatidão, e o reconhecimento desse fato levou a comunidade metrológica internacional a formular o conceito de IM. Mesmo que a análise de erro tenha sido, há muito, uma prática da ciência da medição, é agora reconhecido que, mesmo que todos os componentes de erro conhecidos tenham sido corrigidos, ainda permanece uma incerteza de quão correto é o resultado declarado (BIPM et al., 2008a).

Para instrumentos de medição, inúmeras são as fontes que podem influenciar no resultado de uma medida. Por esse motivo, os fabricantes de instrumentos indicam em seus manuais o erro máximo admissível, o qual informa, com certo grau de probabilidade, os valores extremos que o erro de uma medição pode assumir em uma dada medida. Apresentado erroneamente com o termo accuracy, o erro máximo admissível engloba diferentes tipos de erros instrumentais como: linearidade, ganho, offset, histerese, entre outros. Em instrumentos de medição eletrônicos, o limite do erro em torno de uma medida é geralmente dado como um percentual da indicação do instrumento, acrescido de um valor fixo (FLUKE, 1994).

De um modo bastante simplista, pode-se dizer que quando um instrumento de medição é utilizado individualmente, seu erro máximo admissível confunde-se com a própria IM (FLUKE, 1994). No entanto, quando diferentes instrumentos são utilizados para a obtenção de uma grandeza, é necessário um meio de combinar as IM obtidas por cada um deles.

O Guia de Expressão da Incerteza de Medição, aceito internacionalmente, estabelece regras gerais para avaliar e expressar a IM. Dois são os métodos propostos: o primeiro dado pelo documento JCGM 100 (BIPM et al., 2008a), que toma como base a propagação de incertezas (desvios padrões) através do modelo matemático utilizado na medição; e o segundo dado pelo documento JCGM 101 (BIPM et al., 2008c), que trata da propagação das distribuições

# PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS DE MEDIÇÃO ATRAVÉS DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS UTILIZANDO

de probabilidade através do modelo matemático utilizando Método de Monte Carlo (MMC)

os graus de liberdade efetivos são calculados a partir da fórmula de Welch-Satterthwaite, Eq. 3.

## Método de propagação das incertezas de medição ou método clássico

O método clássico é dado pela combinação das incertezas das grandezas de entrada, através do modelo matemático, para a obtenção da incerteza da grandeza de saída. As incertezas das grandezas de entrada, também chamadas de incertezas padrão, são obtidas através dos desvios padrões das distribuições de probabilidade das IM de cada uma das medidas de entrada. Para obtenção da incerteza padrão combinada da grandeza de saída, é utilizado a lei de propagação de incertezas, Eq. 1.

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 \cdot u^2(x_i)} \rightarrow \rightarrow (1)$$

Onde,  $u_c(y)$  é a incerteza padrão combinada da grandeza de saída  $y$ ;  $u(x_i)$  é a incerteza padrão da grandeza de entrada  $x_i$ ;  $\frac{\partial f}{\partial x_i}$  é o coeficiente de sensibilidade da grandeza de entrada  $x_i$ .

Pelo teorema central do limite, é esperado que a distribuição de probabilidade para a incerteza da grandeza de saída tenda para uma distribuição normal. Assim, a incerteza padrão combinada, nada mais é do que o desvio padrão dessa distribuição e representa uma probabilidade 68,2%. No entanto, na prática é necessário apresentar um intervalo com maior probabilidade de abrangência. A medida adicional de incerteza que satisfaz esse requisito é denominada incerteza expandida. A incerteza expandida é dada pela Eq. 2 (BIPM et al., 2008a)

$$U = k \cdot u_c(y) \rightarrow \rightarrow (2)$$

Onde,  $U$  é a incerteza expandida e  $k$  é o fator de abrangência da distribuição de probabilidade t-student, que é uma aproximação para a distribuição normal. Tipicamente, a abrangência para  $U$  é de 95% e

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot u(x_i)$$

4

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u^4(x_i)}{v_i}}$$

Onde,  $v_{eff}$  são os graus de liberdade efetivos para a grandeza de saída e  $v_i$  são os graus de liberdade da grandeza de entrada  $x_i$ .

## Método de propagação de distribuições de probabilidade ou Método de Monte Carlo

Avaliação da IM com MMC, nada mais é do que a propagação das distribuições de probabilidade através do modelo matemático a partir de simulações numéricas de prováveis valores de entrada. Assim, o método trata as grandezas de entrada como variáveis aleatórias e suas respectivas IM como as funções densidade de probabilidade (PDF). Deste modo, são gerados valores aleatórios respeitando-se as PDF das grandezas de entrada, que são propagados pelo modelo matemático para que formem a PDF da grandeza de saída. A partir da PDF da grandeza de saída são definidos então os limites para a IM. O MMC parte da premissa de que IM representa a dúvida sobre o resultado da medição, logo, cada valor obtido através da geração aleatória é tão legítimo quanto qualquer valor indicado pelo instrumento de medição (MOSCATI; MEZZALIRA; SANTOS, 2004).

É importante lembrar que o número de medições simuladas possui forte influência no erro amostral esperado para a grandeza de saída. Nesse sentido,

# PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS DE MEDIÇÃO ATRAVÉS DE REDES NEURONAIS ARTIFICIAIS UTILIZANDO O MÉTODO DE MONTE CARLO

é importante fazer um balanço entre a quantidade de simulações desejada, a disponibilidade de hardware e o tempo de simulação (BIPM et al., 2008 c).

## Propagação da Incerteza de Medição em RNA

Quando RNA são utilizadas juntos a sistemas de medição em substituição ao modelo matemático do fenômeno físico, também é necessário propagar a IM por esse modelo. Do mesmo modo que um modelo matemático, os dois métodos podem ser aplicados na avaliação da IM através das RNA. Porém, como será demonstrado nos resultados e discussões, o MMC apresenta maior facilidade de aplicação frente ao método clássico.

### 2.2.1. Método Clássico

Após o treinamento de uma RNA, a mesma também pode ser considerada como um modelo matemático, na qual conhecendo-se os pesos e funções de transferência de cada neurônio, é possível extrair a saída em função das entradas. Assim, pode-se aplicar o método de propagação das incertezas de medição como mostrado em 2.1.1. Em seu trabalho de mestrado, Gusman (2011) apresenta um exemplo do uso desse método para uma RNA genérica com 2 neurônios na camada de entrada, 2 neurônios na camada escondida e 1 único neurônio na camada de saída, como mostrado na figura 1.

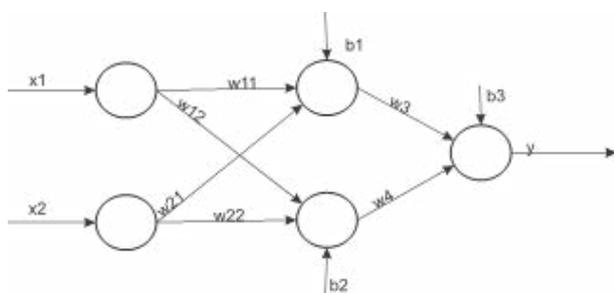


Figura 1. RNA genérica (GUSMAN, 2011).

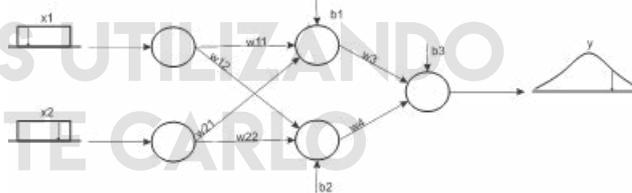


Figura 2: Aplicação do MMC em uma RNA genérica.

Fonte: Próprio Autor

A função de saída para essa RNA é dado pela Eq. 4.

$$y = f(x_1, x_2) = \varphi\{b_3 + w_3 \cdot \varphi[b_1 + w_{11} \cdot x_1 + w_{21} \cdot x_2] + w_4 \cdot \varphi[b_2 + w_{12} \cdot x_1 + w_{22} \cdot x_2]\} \quad (4)$$

Onde,  $y$  é a saída da RNA;  $x_i$  são as entradas da RNA,  $\varphi$  representa a função de transferência de cada neurônio,  $w_{ij}$  são os pesos associados a cada entrada dos neurônios; e  $b_i$  são o bias de cada neurônio.

Se no modelo matemático dado pela Eq. 4,  $x_i$  representasse os valores das medições das grandezas de entrada e  $y$  representasse o valor da grandeza de saída, então para que se obter a IM de  $y$ , basta aplicar a lei de propagação das incertezas na função  $f(x_1, x_2)$ , como demonstrado a seguir.

$$u(y) = \sqrt{\frac{\partial(x_1, x_2)}{\partial x_1}^2 \cdot u_{x_1}^2 + \frac{\partial(x_1, x_2)}{\partial x_2}^2 \cdot u_{x_2}^2} \rightarrow (5)$$

Onde:

$$\frac{\partial(x_1, x_2)}{\partial x_1} = \varphi'(x_1) \cdot [w_3 \cdot \varphi'(x_1) \cdot w_{11} + w_4 \cdot \varphi'(x_1) \cdot w_{12}] \rightarrow (6)$$

$$\frac{\partial(x_1, x_2)}{\partial x_2} = \varphi'(x_2) \cdot [w_3 \cdot \varphi'(x_2) \cdot w_{21} + w_4 \cdot \varphi'(x_2) \cdot w_{22}] \rightarrow (7)$$

É possível verificar que para a aplicação da lei de propagação das incertezas em RNA, é necessário que os neurônios possuam funções de transferência deriváveis. Assim, conhecendo as incertezas padrão ( $u_{x_i}$ ) das entradas e os pesos dos neurônios, pode-se então conhecer a incerteza padrão da grandeza de saída.

# PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS DE MEDIÇÃO ATRAVÉS DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS UTILIZANDO O MÉTODO DE MONTE CARLO

Um problema na aplicação do método clássico está em estabelecer as derivadas parciais para configurações mais amplas em relação ao número de neurônios e camadas escondidas.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

A aplicação do MMC para a propagação das PDF em uma RNA é menos custosa para a obtenção da IM do que a aplicação do método clássico, como será demonstrado a seguir. Neste caso, deve ser simulado diferentes valores nas entradas das RNA para se obter a PDF da grandeza de saída, como exemplificado pela figura 2. Pode-se notar que não é necessário realizar nenhum cálculo complicado, basta utilizar a RNA já treinada para a propagação das

distribuições. Para demonstrar a validade da aplicação desse método de avaliação da IM em RNA, serão comparados a seguir os resultados obtidos através da propagação das distribuições em um modelo matemático e seu equivalente neural. Será tomado o exemplo para a determinação da potência através das medições da tensão e da corrente. Nesse exemplo o modelo matemático é dado pela Eq. 8.

$$P = V \cdot I \rightarrow \rightarrow (8)$$

Onde,  $P$  é a potência ativa;  $V$  é a tensão contínua;  $I$  é a corrente contínua.

Para o modelo neural equivalente, a seguinte configuração de rede feedforward foi implementada: 2 neurônios na camada de entrada; 4 neurônios na primeira camada escondida; 4 neurônios na segunda camada escondida; 1 neurônio na camada de saída. Para o treinamento foi utilizado o algoritmo back-propagation e a tabela 1 representa o conjunto de treinamento.

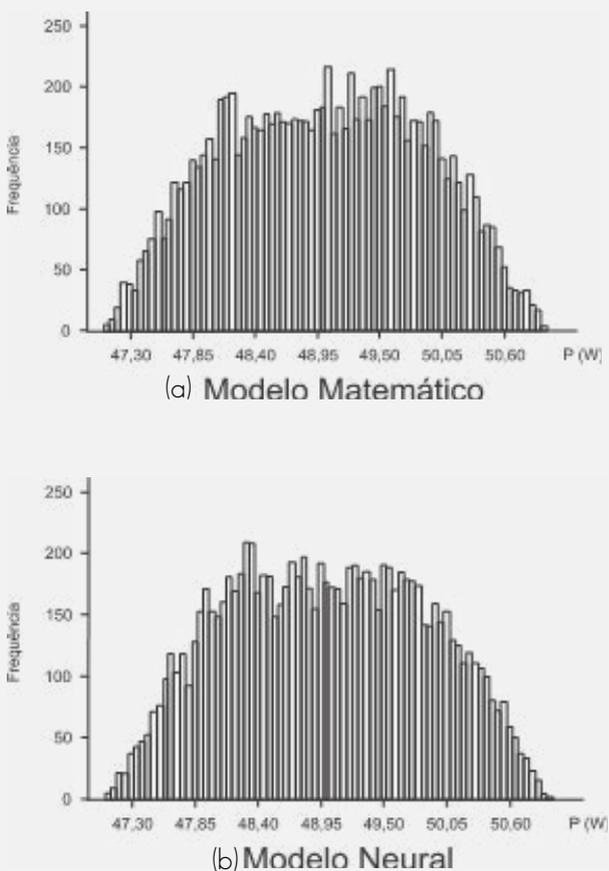


Figura 3: Resultado da aplicação do MMC através do modelo matemático e do modelo neural.  
FONTE Próprio Autor

TENSÃO	5 V	6 V	7 V	8 V	9 V
CORRENTE					
5 A	25 W	30 W	35 W	40 W	45 W
6 A	30 W	36 W	42 W	48 W	54 W
7 A	35 W	42 W	49 W	56 W	63 W
8 A	40 W	48 W	56 W	64 W	72 W
9 A	45 W	54 W	63 W	72 W	81 W
Potência					

Tabela 1. Dados do conjunto de treinamento sem erros de medição.

Após o treinamento, um conjunto de validação com diferentes valores de tensão e corrente foi apresentado a RNA. Isso possibilitou verificar o desvio do modelo neural em relação ao modelo matemático. Os erros apresentados assumiram valores muito próximos à zero em todos os pontos, isso se deve principalmente ao fato de não haver erros nos dados do conjunto de treinamento, pois para esse exemplo o modelo matemático do fenômeno físico é conhecido.

# PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS DE MEDIÇÃO ATRAVÉS DE REDES

Com os dois modelos preparados, pode-se então utilizar um voltímetro e um amperímetro para se obter o valor da potência. Será assumido que o sistema de medição possui instrumentos com as seguintes configurações: voltímetro 3 1/2 dígitos com resolução de 10 mV e erro máximo admissível de  $\pm(0,5\%$  da indicação + 4 vezes a resolução) V; amperímetro 3 1/2 dígitos com resolução de 10 mA e erro máximo admissível de  $\pm(2\%$  da indicação + 6 vezes a resolução) A; em ambos os casos o erro máximo admissível possui PDF uniforme. Deste modo, quando o voltímetro indicar 7,00 V, o resultado desta medição da tensão é  $(7,00 \pm 0,08)$  V, isso indica que o valor verdadeiro da tensão deve estar entre 6,92 V e 7,08 V. Da mesma forma, quando o amperímetro indicar 7,00 A, o resultado da medição é  $(7,00 \pm 0,20)$  A.

Para os valores de  $(7,00 \pm 0,08)$  V e  $(7,00 \pm 0,20)$  A foram simulados 104 valores de tensão e 104 valores de corrente, respeitando a PDF uniforme para ambos os casos. Assim, esses valores foram inseridos no modelo matemático e no modelo neural. Os resultados podem ser observados na figura 3.

É possível observar, que a propagação das distribuições da tensão e da corrente em ambos os modelos, geraram resultados muito similares para o valor da potência, tanto para média como para dispersão. O modelo matemático apresentou um resultado para a medição de  $(49,0 \pm 1,7)$  W e o modelo neural um resultado para a medição de

$(49,0 \pm 1,7)$  W. As PDF resultantes para os dois modelos também são bastante similares entre si, o que corrobora para a declaração de viabilidade do uso do MMC na propagação das distribuições de probabilidades em redes neurais.

## CONCLUSÕES

A utilização do Método de Monte Carlo para a propagação das distribuições por um modelo neural mostrou-se adequada para estimar a incerteza de medição na saída do modelo neural. Isso foi comprovado pela comparação entre a utilização

do MMC através de um modelo matemático e seu equivalente neural artificial. Os resultados das medições em ambos os casos foram os mesmos e a PDF formada nas saídas dos modelos foram praticamente iguais, sendo que essa pequena diferença deve-se às inúmeras simulações aleatórias aplicadas pelo MMC.

Cabe destacar, que assim como qualquer modelo de medição constituído a partir de dados reais e que não baseados em leis físicas, sempre existirá os erros do próprio modelo em si. Até mesmo o guia para a expressão da incerteza de medição aborda esse fato. Assim, a incerteza de medição na saída do modelo da medição só é válida se o próprio modelo for suficientemente representativo do fenômeno físico que se pretende medir. Isso também vale para o caso de cadeias de medição que fazem uso de modelos neurais.

## REFERÊNCIAS

BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML. JCGM 100: Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement. Sep. 2008a. 134 p.

BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML. JCGM 200: International vocabulary of metrology - Basic and general concepts and associated terms. 2008b. 104 p.

BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML. JCGM 101: Supplement 1 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" - Propagation of distributions using a Monte Carlo method. Sep. 2008c. 90 p.

# PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS DE MEDIÇÃO ATRAVÉS DE REDES NEURAS ARTIFICIAIS UTILIZANDO O MÉTODO DE MONTE CARLO

ERTUNC, H. M.; HOSOZ, M. Artificial neural network analysis of a refrigeration system with an evaporative condenser. *Applied Thermal Engineering*. (2005), p. 9  
FLUKE CORPORATION. *Calibration: Philosophy in Practice*. 2. ed. Everett, WA: Fluke Corporation, Everett, Wa, U.S.A , 1994. 528 p.

GHOBIAN, B.; RAHIMI, H.; NIKBAKHT, A. M.; NAJAFI, G.; YUSAF, T. F. Diesel engine performance and exhaust emission analysis using waste cooking biodiesel fuel with an artificial neural network. *Renewable energy*, v. 34, n. 4, 2009, p. 976-982.

GUSMAN, C. S. A. Incerteza de medição em redes neurais artificiais aplicadas à manutenção preditiva de transformadores. Dissertação (Mestrado em Metrologia) - Programa de Pós-graduação em Metrologia, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2011.

HAYKINS, S. *Neural Networks: a comprehensive foundation*, NJ: Pearson Education, 1999.

MOSCATI, G.; MEZZALIRA, L. G.; SANTOS, F. D. Incerteza de medição pelo método de monte carlo no contexto do "Suplemento 1" do GUM. *ENQUALAB*, jun, 2004.

SINGARAM, L. ANN prediction models for mechanical properties of AZ61 MG alloy fabricated by equal channel angular pressing. *International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences*, v. 8, n. 3, sep. 2011, p 337-345.