

Análise estrutural de flexo-torção: um comparativo analítico, experimental e numérico

**André Friedrich¹, Daniel Bertan², Daniel Baraldi³, Carlos Aita⁴, Klunger Beck⁵,
Marcelo Toso⁶**

¹Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), Acadêmico de Engenharia Mecânica, Campus Xanxerê,
andre.f1997@aluno.ifsc.edu.br

²Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), Acadêmico de Engenharia Mecânica, Campus Xanxerê,
daniel.ab@aluno.ifsc.edu.br

³Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), Acadêmico de Engenharia Mecânica, Campus Xanxerê,
daniel.b7@aluno.ifsc.edu.br

⁴Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), Professor de Engenharia Mecânica, Campus Xanxerê,
carlos.aita@ifsc.edu.br

⁵Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), Professor de Engenharia Mecânica, Campus Xanxerê,
klunger.beck@ifsc.edu.br

⁶Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), Professor de Engenharia Mecânica, Campus Xanxerê,
marcelo.toso@ifsc.edu.br

RESUMO

Na solução dos problemas de engenharia, existem basicamente três abordagens: enfoque teórico (analítico), numérico ou experimental. Alguns problemas em específico requerem a utilização, de forma complementar, de métodos combinados. A extensometria é uma técnica utilizada para a análise experimental de tensões e deformações em estruturas mecânicas, máquinas e equipamentos, na qual utilizam-se extensômetros (strain-gauges), que são baseados na mudança de resistência elétrica do material ao ser submetido a tensões. Estes dispositivos também podem ser associados a transdutores para medir pressão, tensão, força e aceleração, entre outros. Neste trabalho é realizado um comparativo dos valores de tensões e deformações presentes na estrutura de um dispositivo mecânico de flexo-torção, sendo o objetivo analisar e comparar os dados experimentais com os resultados analíticos e de simulações em software. Quanto aos resultados obtidos, foram utilizadas três massas diferentes nos experimentos, verificando que a tensão de Von Mises atingiu valores de 23, 24 e 27% distantes dos valores teóricos e 14, 15 e 19% distantes dos resultados simulados computacionalmente.

Palavras-Chave: Extensometria, Instrumentação, Strain-Gauge, Tensão de Von Mises.

1 Introdução

Em muitas aplicações da engenharia, as quais apresentam a ação de esforços combinados em estruturas, existem dificuldades para se determinar o estado de tensões e

⁶ Rua Euclides Hack, 1603, CEP 89820-000, Xanxerê, SC.
E-mail: marcelo.toso@ifsc.edu.br

deformações nesses sistemas mecânicos. Diante disto, é de suma importância encontrar os valores desses esforços para definir o coeficiente de segurança de um projeto mecânico, visando então a segurança da estrutura/equipamento. Uma das ferramentas que auxiliam na determinação de esforços e deformações é a extensometria, que se utiliza de sensores, como rosetas extensométricas, e também sistemas de aquisição de dados para obtenção desses valores (HIBBELER, 2010).

Um extensômetro de resistência variável, segundo Savi (1981) “consiste essencialmente de uma grade constituída de um fio muito fino presa à uma ou duas folhas de papel tratado ou qualquer outro material portador conveniente”. Já uma roseta extensométrica é a combinação de vários extensômetros de resistência elétrica, que são formados por grades metálicas e que tem a capacidade de medir deformação mecânica por meio da excitação dessa resistência elétrica. A vantagem da roseta extensométrica é a sua capacidade de medir deformações em diferentes direções (JOHNSTON, 1995).

A partir da medição de deformação de uma roseta extensométrica, é possível calcular os esforços e tensões principais (tensões máximas e mínimas presentes em uma estrutura), sendo possível avaliar o coeficiente de segurança estrutural. Em vista disso, o objetivo deste trabalho é comparar três modelos de estudo: analítico, experimental e numérico, das tensões e deformações de uma estrutura submetida à esforços de flexo-torção. Este dispositivo estrutural foi desenvolvido em laboratório para estudo da relação constitutiva envolvendo tensões e deformações.

2 Revisão bibliográfica

2.1 Conceitos de tensão e deformação

Solicitações compostas são diversas cargas sendo aplicadas em uma estrutura, tornando a avaliação analítica da estrutura complexa. Sendo assim, uma roseta extensométrica é uma ferramenta adequada para análise de tensões, já que ela consegue mensurar as deformações em três direções de um mesmo ponto (JOHNSTON, 1995). Uma vez determinados esses valores, é possível calcular as deformações principais, que são as variáveis necessárias para identificar

as tensões principais. Tensões principais são as tensões máximas e mínimas de um ponto em uma estrutura (HIBBELER, 2010). Considerando estas informações, utiliza-se uma roseta triaxial, em os eixos do extensômetro formam ângulos de 45° entre si. As Equações 1 e 2 representam as tensões principais no ponto da estrutura submetida a um esforço de flexo-torção (combinação de esforços mecânicos de flexão e torção), no qual se encontra colado o extensômetro (HIBBELER, 2010):

$$\sigma_1 = \left(\frac{E}{2}\right) \cdot \left[\frac{(\varepsilon_A + \varepsilon_C)}{(1-\nu)} + \frac{1}{(1+\nu)} \sqrt{(\varepsilon_A - \varepsilon_C)^2 + (2\varepsilon_B - \varepsilon_A - \varepsilon_C)^2} \right] \quad (1)$$

$$\sigma_2 = \left(\frac{E}{2}\right) \cdot \left[\frac{(\varepsilon_A + \varepsilon_C)}{(1-\nu)} - \frac{1}{(1+\nu)} \sqrt{(\varepsilon_A - \varepsilon_C)^2 + (2\varepsilon_B - \varepsilon_A - \varepsilon_C)^2} \right] \quad (2)$$

Em que:

ε_A = deformação da direção horizontal da roseta;

ε_B = deformação da direção a 45° da roseta;

ε_C = deformação da direção vertical da roseta;

ν = coeficiente de Poisson do aço 1020;

E = módulo de elasticidade do aço 1020.

As deformações principais, de acordo com Hibbeler (2010) são as deformações normais ocorridas no ponto de análise. As Equações 3 e 4 representam as deformações máximas e mínimas presentes em um componente mecânico:

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_A + \varepsilon_C}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_A - \varepsilon_C)^2 + (2\varepsilon_B - \varepsilon_A - \varepsilon_C)^2} \quad (3)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_A + \varepsilon_C}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_A - \varepsilon_C)^2 + (2\varepsilon_B - \varepsilon_A - \varepsilon_C)^2} \quad (4)$$

Além disso, existe também a tensão cisalhante máxima ($\tau_{máx}$), já que a torção presente no dispositivo gera uma força cisalhante. A Equação 5 é utilizada para a avaliação da tensão cisalhante máxima:

$$\tau_{máx} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{2} + \tau_{xy}^2} \quad (5)$$

A partir das tensões e deformações principais, pode-se chegar na Tensão de Von Mises, que representa a tensão equivalente das cargas combinadas no ponto, sendo representada pela Equação 6 (NORTON, 2013):

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} \quad (6)$$

A Tensão de Von Mises possibilita encontrar o fator de segurança (FS) da estrutura analisada. O FS é o valor que garante uma margem segura de operação para que não haja falha mecânica do projeto estrutural. No caso do dispositivo flexo-torção foi utilizada a Equação 7 para a avaliação do FS:

$$FS = \frac{\sigma_e}{\sigma'} \quad (7)$$

Onde:

σ_e = Tensão de escoamento do aço 1020.

2.2 Extensometria

Os resultados dos cálculos analíticos de uma estrutura podem ser comparados com os resultados experimentais mensurados pelo uso de extensômetros triaxiais. Minela (2017) obteve um erro máximo de 6% aplicando extensômetros em corpos de prova que estavam sujeitos a tensões de flexão e torção. Utilizando um sistema de aquisição de dados, o estudo mensurou as deformações lidas pelos extensômetros. Um dos corpos de prova, inclusive, é semelhante ao aplicado neste trabalho. Por fim, compararam-se as deformações experimentais com os resultados analíticos. A autora concluiu que os extensômetros e os corpos de prova usados podem ser aplicados a condições reais de deformação.

Silva *et al.* (2019) atingiu resultados extremamente próximos ao do analítico quando comparados com os dados experimentais ao aplicar extensômetros em uma barra sujeita à flexão e um eixo sujeito à torção, separadamente. O sistema de aquisição de dados foi desenvolvido a partir de um arduíno (placa de prototipagem eletrônica de código aberto, baixo custo e fácil manuseio). Na primeira análise (flexão), foi aplicada uma carga momentânea e, na segunda análise (torção), aplicou-se a mesma carga duas vezes, com tempo de duração de três

segundos. Os resultados obtidos estão de acordo com a literatura citada e adequados à proposta do estudo.

2.3 Simulação numérica

No presente trabalho, a simulação estrutural é outra forma de validação dos resultados. Segundo Gusmão (2015), “a simulação é uma ferramenta de análise que possibilita testar e avaliar projetos industriais durante o seu desenvolvimento”. Com essa ferramenta, é possível analisar estruturas e prever falhas estruturais/mecânicas. Neste artigo, realiza-se uma simulação estrutural, no software SolidWorks, do dispositivo de flexo-torção com o intuito de coletar as informações dos fenômenos de deformação e tensão e dessa forma comparar com os dados experimentais e analíticos. Nesta análise, utiliza-se o Método dos Elementos Finitos (MEF). Segundo Cook *et al.* (1989) o método dos Elementos Finitos é um método numérico utilizado para analisar estruturas e meios contínuos que resolvem problemas complexos, de difícil solução, por meio de métodos clássicos analíticos. Os resultados das equações algébricas, que são generalizadas e resolvidas por um computador, raramente são exatos, no entanto os erros são minimizados pelo processamento de um número elevado de equações que geram resultados com satisfatória precisão para a engenharia.

3 Metodologia

O projeto e a construção do protótipo para análise estrutural de flexo-torção foi realizado no Instituto Federal de Santa Catarina - Câmpus Xanxerê. Primeiramente realizou-se o projeto e construção do dispositivo de flexo-torção. Posteriormente, realizou-se o projeto e construção de uma bancada estrutural para montagem do dispositivo de solicitações compostas (Figura 1). Os materiais e equipamentos utilizados no desenvolvimento das atividades estavam disponíveis no câmpus, desde a matéria prima até os equipamentos para corte, soldagem e pintura. Para facilitar a comparação dos dados, o estudo foi realizado em três etapas: método analítico, experimental e numérico.

3.1 Método Analítico

Para efetivar a análise, realizou-se a modelagem dos componentes do equipamento de flexo-torção utilizando um software CAD 3D, no qual cada parte foi desenhada, dimensionada e por fim realizado a montagem da estrutura. Esse dispositivo baseia-se em um tubo redondo com um lado soldado em uma base, e com uma cantoneira de abas simétricas soldada no lado oposto. A Figura 1, mostra a representação esquemática do dispositivo de flexo-torção e da bancada didática estrutural para montagem deste dispositivo.

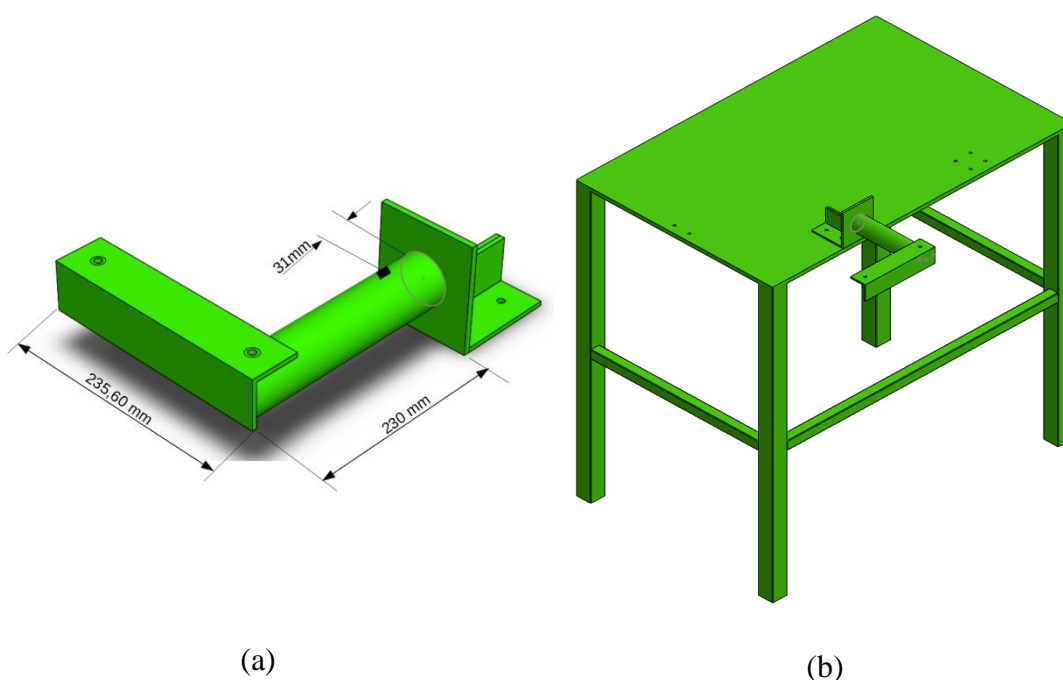


Figura 1: a) Dispositivo de flexo-torção; b) Bancada didática estrutural para análise de solicitações compostas.

FONTE: Autoria própria (2019).

Com base nas dimensões da estrutura acima, foram executados os cálculos referentes ao modelo analítico em uma planilha eletrônica, utilizando as Equações 1 a 7.

3.2 Método experimental

A colagem dos extensômetros foi realizada seguindo os procedimentos padrão de colagem/instalação, sugerido pelo fabricante do extensômetro (Excel Sensores®).

Primeiramente, a superfície do tubo foi lixada e polida, com o intuito de eliminar impurezas e reduzir a rugosidade da superfície, utilizando lixas de granulometria 80 até 320 (norma ANSI). Posteriormente, foram aplicados desengraxantes industriais, com a finalidade de remover as oleosidades, oxidações e impurezas na superfície metálica. Por fim, foi colado o extensômetro de modelo PA-09-125YA-120-L e *gaugefactor* de 2,12. Na etapa final, realizaram-se as ligações do extensômetro no sistema de aquisição de dados. O passo a passo da fixação do extensômetro é exemplificado na Figura 2:

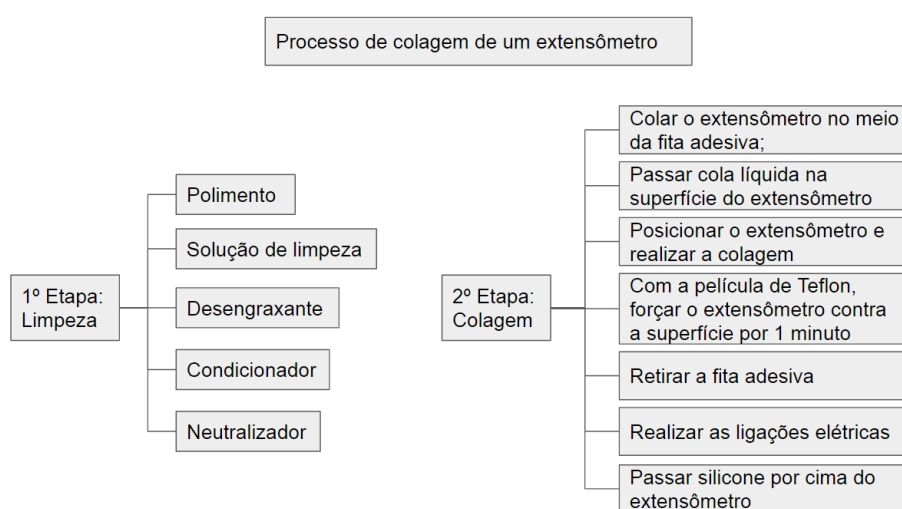


Figura 2: Passo a passo da colagem de um extensômetro.

FONTE: Autoria própria (2019).

Após a etapa de colagem, foi realizado o teste de continuidade, com o intuito de verificar se as ligações elétricas foram efetuadas de forma correta entre o extensômetro e o sistema de aquisição de dados.

O resultado da colagem do extensômetro (roseta triaxial), utilizando uma cola à base de Cianoacrilato, está representado na Figura 3, onde o extensômetro triaxial está posicionado na parte polida da estrutura.



Figura 3: Resultado da colagem do extensômetro roseta triaxial na estrutura de flexão-torção.

FONTE: Autoria própria (2019).

A análise experimental, realizada por meio da mensuração de dados obtidos pela instrumentação eletrônica, exige o uso de equipamentos adequados para a medida e o registro das grandezas de interesse (deformação). Nesse sentido, foi utilizado um sistema de aquisição de dados para coletar os sinais transmitidos pelos extensômetros. O equipamento utilizado foi o ADS1800 da Lynx®, que tem taxa de amostragem de 24000 dados por segundo, resolução de 24 bits e 8 canais de medição. O ADS1800 tem a função de microcontrolador, processando e transmitindo as informações mensuradas pelo extensômetro para o computador, onde está instalado o software AqDados, que realiza a análise e os cálculos desses dados. A Figura 4 mostra o sistema de aquisição de dados e a interface do software, respectivamente:

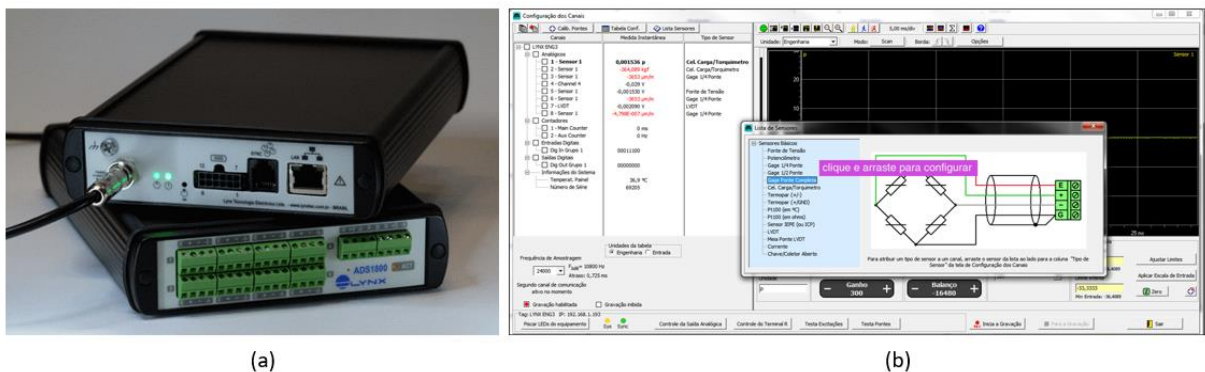


Figura 4: (a) Sistema de aquisição de dados ADS1800 e (b) Interface do software AqDados®.

FONTE: LYNX TECNOLOGIA (s.d).

Os experimentos foram realizados considerando três massas conforme apresentado na Figura 5:

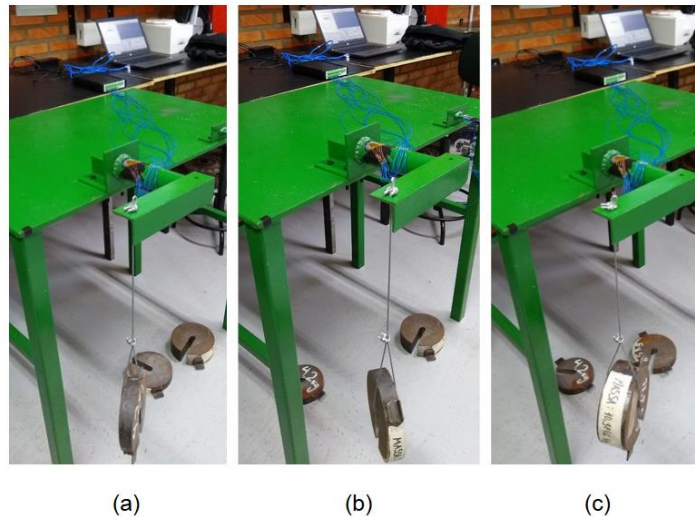


Figura 5: Realização dos experimentos: a) experimento com massa 1; b) experimento com massa 2 e c) experimento com massa 3.

FONTE: Autoria própria (2019).

Após colado o extensômetro do tipo roseta triaxial (45°) na estrutura de flexo-torção e conectado ao sistema de aquisição de dados ADS1800 juntamente com o computador que contém o software AqDados®, foram colocadas as três massas distintas (3,807; 5,900 e 10,855kg). As massas foram medidas com o auxílio de uma célula de carga conectada à bancada didática experimental e ao sistema ADS1800. Ao adicionar a massa no dispositivo de flexo-torção, é aplicada uma força vertical para baixo deformando a estrutura nos três eixos, cada um a 45° entre si. Essas deformações são mensuradas pelo extensômetro e enviadas ao sistema de aquisição de dados para que possam ser analisadas no software AqDados®. Todos os testes foram realizados em triplicata, ou seja, para cada carga aplicada realizou-se três medições. Após os ensaios, avaliou-se a média e o desvio-padrão de cada deformação mensurada.

3.3 Método numérico

Diante do dispositivo flexo-torção gerado em 3D, utilizou-se o software Solidworks® para coletar os dados numéricos, no qual a simulação do experimento foi realizada com condições de contorno semelhantes ao real, conforme a Figura 6:

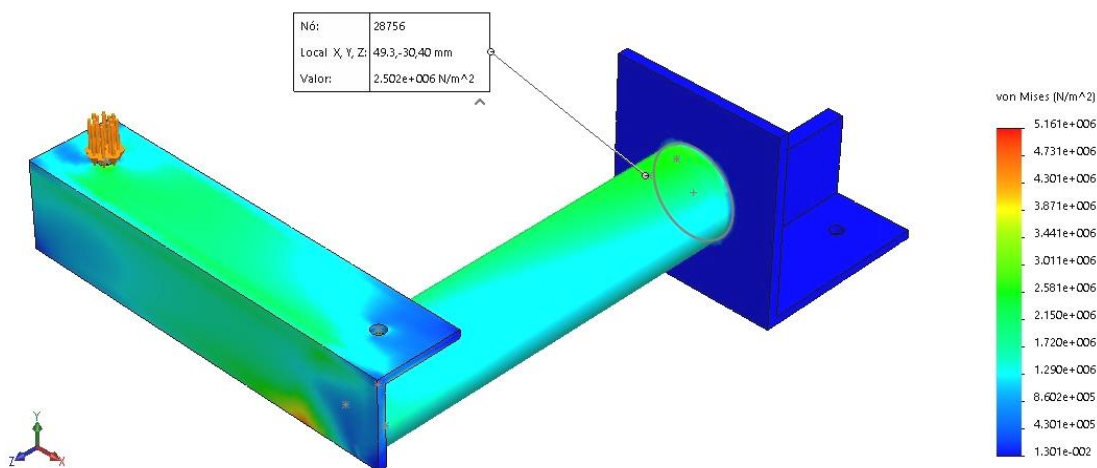


Figura 6: Simulação do experimento no software Solidworks®.

FONTE: Autoria própria (2019).

Na figura acima, observa-se a força sendo aplicada, a distribuição das tensões na estrutura e o valor da tensão de Von Mises exatamente no ponto correspondente ao local em que extensômetro está colado.

4 Resultados e discussão

A Tabela 1 apresenta os dados de deformação originalmente mensurados com o uso do extensômetro considerando três direções. Nesse trabalho denominam-se as três direções como sendo a, b e c.

Tabela 1 - Deformação originalmente mensurada

	Deformação			Média	Desvio Padrão
ϵ_a ($\mu\text{m}/\text{m}$)	-4,79	-4,89	-4,95	-4,88	0,08
ϵ_b ($\mu\text{m}/\text{m}$)	11,90	10,90	11,10	11,30	0,53
ϵ_c ($\mu\text{m}/\text{m}$)	11,40	11,60	11,40	11,50	0,11

FONTE: autoria própria (2019).

Considerando os resultados mensurados nesse trabalho (Tabela 1), pôde-se subsequentemente avaliar as seguintes variáveis: deformações principais máximas e mínimas (ϵ_1 e ϵ_2), tensões principais máximas e mínimas (σ_1 e σ_2), tensão de cisalhamento máximo ($\tau_{\text{máx}}$), tensão de Von Mises (σ') e fator de segurança (FS). Os resultados analíticos, experimentais e numéricos estão apresentados nas Tabelas 2, 3 e 4, respectivamente.

Tabela 2: Resultados analíticos

Massa (kg)	ϵ_1 ($\mu\text{m}/\text{m}$)	ϵ_2 ($\mu\text{m}/\text{m}$)	σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	$\tau_{\text{máx}}$ (MPa)	σ' (MPa)	FS
3,807	12,744	-6,438	2,436	-0,589	1,512	2,778	90,003
5,900	19,751	-9,978	3,775	-0,913	2,344	4,305	58,075
10,855	36,339	-18,357	6,946	-1,680	4,313	7,920	31,565

FONTE: autoria própria (2019).

Tabela 3: Resultados experimentais

Massa (kg)	ϵ_1 ($\mu\text{m}/\text{m}$)	ϵ_2 ($\mu\text{m}/\text{m}$)	σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	$\tau_{\text{máx}}$ (MPa)	σ' (MPa)	FS
3,807	9,701	-5,308	1,827	-0,540	1,183	2,148	116,375
5,900	14,734	-8,144	2,769	-0,839	1,804	3,270	76,452
10,855	27,867	-14,230	5,316	-1,322	3,319	5,803	43,084

FONTE: autoria própria (2019).

Tabela 4: Resultados numéricos

Massa (kg)	ϵ_1 ($\mu\text{m}/\text{m}$)	ϵ_2 ($\mu\text{m}/\text{m}$)	σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	$\tau_{\text{máx}}$ (MPa)	σ' (MPa)	FS
3,807	11,900	-5,000	2,270	-0,420	1,354	2,500	100,000
5,900	18,440	-7,810	3,520	-0,640	2,080	3,850	64,935
10,855	33,900	-14,300	6,470	-1,190	3,830	7,150	34,965

FONTE: autoria própria (2019).

Diante das informações obtidas nos testes experimentais, nas análises numéricas e analíticas, é possível criar uma relação entre os resultados por meio da taxa de erro e, dessa

forma, comparar os métodos estudados neste trabalho. Tem-se a tensão Von Mises como sendo a principal variável da análise, tendo em vista que ela representa todas as tensões principais no ponto de interesse. Outro fator importante que deve ser considerado é o Fator de Segurança (FS), o qual resultou em valores maiores do que 30 em todos os casos, demonstrando que a estrutura está dimensionada de forma correta para o dispositivo de flexo-torção. Os erros entre experimental-analítico e experimental-numérico da tensão de Von Mises são mostrados na Tabela 5:

Tabela 5:Comparativo de erro entre os dados de Tensão de Von Mises

Massa	Erro Experimental x Analítico	Erro Experimental x Numérico
A (3,807 kg)	23%	14%
B (5,900 kg)	24%	15%
C (10,855 kg)	27%	19%

FONTE: autoria própria (2019).

Na interpretação dos resultados da Tabela 5, observou-se que os valores experimentais apresentaram uma variação maior dos resultados analíticos, quando comparados com os resultados numéricos. Isso acontece pois existem algumas fontes de incerteza, como, por exemplo, no método analítico, que é desenvolvido com diversas suposições e idealizações.

A colagem e posicionamento dos extensômetros também agrega erro ao resultado, a soldagem do equipamento implica em distorções e possível empenamento da estrutura, o suporte dos pesos também pode ser considerado como uma fonte de incerteza, além de incertezas geométricas. Também há possíveis incertezas nos valores das propriedades mecânicas do aço utilizado.

Observa-se que o aumento do erro ocorre de maneira simultânea ao aumento da carga aplicada, podendo ser caracterizado como um erro sistemático de medição. Ou seja, mesmo considerando todas as orientações da literatura e dos fabricantes, há a possibilidade de ocorrência de erros que alteram os resultados. Além disso, destaca-se que, por tratar-se de um experimento com várias especificidades, torna-se difícil a comparação dos resultados obtidos com informações da literatura.

5 Conclusões

Com o objetivo de validar um estudo extensométrico, foi desenvolvido um dispositivo para analisar os efeitos de torção e flexão estrutural a partir da aplicação de cargas em um determinado ponto da estrutura. Ao final das etapas de aquisição de dados, sendo elas pelos métodos analítico, experimental e numérico, foi possível determinar as tensões de Von Mises, tensões máximas e deformações presentes na estrutura, além do fator de segurança para cada um dos experimentos realizados.

Diante desses valores, realizou-se a comparação dos resultados da tensão de Von Mises. Os menores erros encontrados estão associados ao menor valor de massa (3,807 kg). Considerando o resultado experimental-analítico, obteve-se um erro de 23% e, quando analisado o resultado experimental-numérico, tem-se um erro de 14%. Mesmo seguindo as orientações de colagem de extensômetros do fabricante, alguns erros podem acontecer, os quais podem ter influenciado nos resultados, conforme sugerido na seção anterior.

Os extensômetros utilizados demonstraram-se capazes de realizar as medições atendendo as necessidades deste trabalho. O sistema de aquisição de dados comportou-se de maneira estável para aplicação e o software AqDados (Lynx®) funcionou corretamente. O fator de segurança obtido indica que o dispositivo estrutural foi dimensionado corretamente.

Para trabalhos futuros, sugere-se o aprimoramento na coleta dos dados para diminuição dos erros, por exemplo: melhorar a colagem dos extensômetros, aumentar o número de amostras de dados coletados, utilizar softwares dedicados à simulação estrutural, adicionar os cordões de solda ao desenho em CAD.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro recebido da FAPESC e do IFSC no desenvolvimento do projeto de pesquisa (Edital de Chamada Pública FAPESC nº 06/2018).

6 Referências

COOK, R., D.; MARKUS, D. S.; PLESHA, M. E. **Concepts and Applications of Finite Element Analysis**. John Wiley & Sons, Third Edition, 1989.

GUSMÃO, Valdemir Barros. **A importância da simulação tridimensional para os projetos industriais mecânicos**. 2015. TCC (Graduação), Universidade Estadual do Maranhão, São Luís, 2015.

HIBBELER, Russell C. **Resistência dos materiais**. Tradução de Arlete Simille Marques. 7. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

JOHNSTON, Elwood Russell. **Resistência dos materiais**. 3. ed. São Paulo: Makron Books, 1995.

LYNX TECNOLOGIA. **ADS 1800**. [s.d.]. Página inicial. Disponível em: <https://www.lynxtec.com.br/prod_ads1800.htm>. Acesso em: 11 de fev. de 2020.

MINELA, Sthefani Neves. **Extensometria: estudo e aplicação**. 2017. 92 f. TCC (Graduação), Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, 2017. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/181638/Sthefani_Neves_Minela_TCC_2017_UFSC_Joinville.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 13 fev. 2020.

NORTON, Robert L. **Projeto de máquinas: uma abordagem integrada**. Tradução de Konstatinos Dimitriou Stavropoulos. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

SAVI, Hanilson. **Ponte para extensômetro de resistência variável**. 1981. 55 f. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1981.

SILVA, Anderson Langone *et al.* A study of strain and deformation measurement using the Arduino microcontroller and strain gauges devices. **Rev. Bras. Ensino Fís.** São Paulo, v.41, n.3, 2019. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172019000300401&lng=en&nrm=iso>. Acesso em 27fev2020.